

1B

Hur många i varje ask?

PROBLEMLÖSNING – ALGEBRA

Avsikt och matematikinnehåll

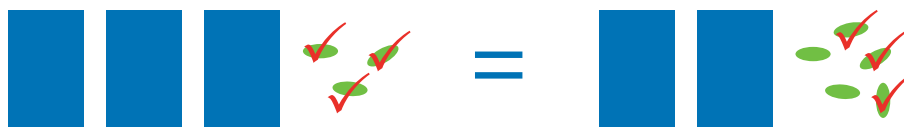
Vissa matematiska begrepp passar särskilt bra att introducera med hjälp av konkret material. Det är inte meningen att eleverna alltid ska ha tillgång till konkret material för att lösa ekvationer, men det kan underlätta för eleverna när de bygger upp nya tankeformer. Genom att beskriva aktiviteten med bilder och egna ord kan eleverna få en grundläggande förståelse för ekvationer och ekvationslösning.

Material

Tomma tändsticksaskar och små föremål, t ex torkade bönor.

Beskrivning

Med denna aktivitet går det att illustrera ekvationer av typen $ax + b = cx + d$, där a, b, c, d och lösningen x är naturliga tal. Det gäller att ta reda på antalet gömda bönor i varje ask. Observera att ekvationen på elevsidan måste förberedas genom att två bönor göms i varje ask. Låt eleverna börja med att försöka lösa problemet i par. Diskutera sedan i klassen och lös problemet gemensamt. En lösningsmetod är "gissa och pröva" och en annan metod kan se ut så här:



Tre bönor tas bort från båda sidor – det "väger" fortfarande jämnt.



Två askar tas bort från varje sida – det är fortfarande jämvikt.



Nu är det inte möjligt att ta bort något mer. Slutsats: Två bönor är gömda i varje ask.
Kontroll:



Det stämmer, nio bönor på båda sidor. Denna ekvation kan skrivas $3x + 3 = 2x + 5$.

Introduktion

Inled aktiviteten med en diskussion om likhetstecknet. Här används likhetstecknet tydligt som en gräns mellan de två sidorna, vänster och höger led. Likhetstecknet kan inte tolkas dynamiskt som "blir", för vänster led blir inte höger led. Leden finns samtidigt och innehåller lika många bönor. Därför måste likhetstecknet användas statiskt, det "är". En balansvåg kan användas som liknelse.

Ett sätt att introducera aktiviteten är att göra den gemensamt med större material, t ex kartonger och bollar, som alla elever kan se samtidigt. Förbered ett par exempel och låt eleverna ge förslag på hur de kan göra för att hitta lösningar.

Uppföljning

Ett svårt steg för eleverna är att översätta det konkreta arbetet till det vanliga sättet att skriva och lösa ekvationer, att gå från en fysisk till en symbolisk uttrycksform. Ett första steg är att låta eleverna rita av problemet och sedan med en sekvens av bilder visa hur de löser det. Markera det som ska tas bort med ett streck eller en bock, för ett kryss kan blandas ihop med det x som symboliserar ett okänt tal. Att gå från bilder till symboler kan göras stegvis. Låt eleverna skriva med egna ord på vad varje bildsekvens föreställer: *Det är tre askar och tre lösa bönor i vänster led och två askar och fem lösa bönor i höger led.* Därefter skriver de ner vad som de gör: *Vi tar bort tre bönor från varje sida.* Och slutligen vad det leder till: *Nu är det tre askar på ena sidan och två askar och två lösa bönor på den andra sidan.* Eleverna tycker ganska snart att det blir för mycket att skriva och förkortar gärna texten informellt på olika sätt.

Med diskussioner och handledning kan de så småningom komma över till ett formellt skrivsätt då en bokstav införs som beteckning på det okända antalet bönor som finns gömda i varje ask. En kritisk punkt är elevens tolkning av bokstaven x som används som symbol för ett okänt tal. Det är viktigt att betona att den står för det okända antalet bönor i varje ask och inte som symbol för själva asken. Även när problemen innehåller väldigt många bönor eller askar blir det naturligt att istället skriva med symboler.

Utveckling

Man kan även tänka sig halva askar, tredjedels askar etc, och sådana askar kan tillverkas. Det är inte alls så krångligt som det kanske först verkar. Dessa delade askar kan vara nödvändiga för elever att hantera innan de kan ta steget och bara tänka sig dem. Det också ypperligt att ha delade askar till hands för att direkt kunna ge de elever som behöver större utmaningar i ett tidigt skede.

Subtraktioner och negativa termer blir svårare att hantera med konkret material. Steget till ekvationer med dessa ingredienser passar bättre på den symboliska nivån och för en elev som genomskådat principerna för hur "bön och ask"-problemen kan lösas är en utvidgning lättare att göra. Aktiviteten kan också användas för system av ekvationer om man använder två olika sorters askar. Se vidare sidan 66 i *Algebra för alla*.

Ursprung

Aktiviteten är tidigare publicerad i Uppslagsboken (NCM).

Att läsa

Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. (Nämnamn *TEMA*). NCM, Göteborgs universitet.

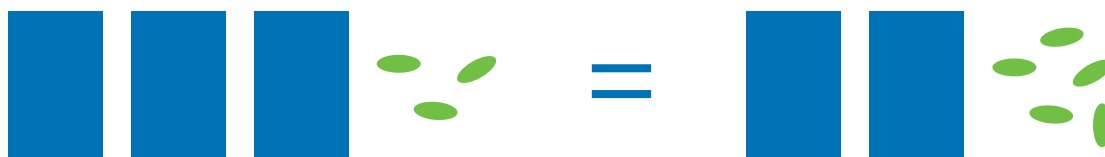
Brorsson, Å. (2012). Algebra för lågstadiet. *Nämnamn* 2012:3, s 3–7.

Dahlin, M. & Eriksson, E-L. (2008). Kan 8–12-åringar lösa ekvationer? *Nämnamn* 2008:4, s 7–10.

Hur många i varje ask?

Regler

1. Varje ask innehåller lika många bönor.
2. På båda sidor om likhetstecknet finns det lika många bönor.
3. Både synliga och gömda bönor ska räknas.



Hur många bönor finns i askarna?

- Lägg upp askar och bönor.
- Resonera om hur ni kan komma fram till en lösning.
- Rita av och beskriv med egna ord hur lösningen ser ut.
- Försök att formulera lösningen med hjälp av siffror och andra matematiksymboler.

Gör egna liknande problem. Variera antalet askar och bönor, men de tre reglerna ska gälla. Lös problemet och byt sedan med varandra. Problemlösaren kan gärna tänka högt och beskriva sina strategier.

- Hur kan lösningen kontrolleras?
- Finns det någon strategi som alltid fungerar?
- Hur ser ett riktigt svårt problem ut?
- Finns det liknande problem som inte går att lösa, eller finns det problem som är olämpliga att lösa med denna metod?