BENGT ASPVALL & EVA PETTERSSON

Från datorernas värld

Hur kan vi stimulera elever i matematik, och hur kan vi genom matematiken visa delar av datorns funktioner? Författarna visar hur man kan introducera matematiska begrepp från datorernas värld på ett lekfullt sätt. Övningarna kan användas som laborativa inslag i matematikundervisning. Eleverna är aktiva deltagare i övningarna som genomförs med enkla hjälpmedel och utan datorer.

Matematikundervisningen har under den senaste tiden fått utstå en del kritik, och eleverna klarar sig allt sämre vid de internationella och nationella tester som utförs. Det är inte bara de genomsnittliga kunskaperna som har försämrats, vår spets har också tunnats ut.

En nyligen avslutad enkätundersökning, gjord inom forskarstudier i södra Sverige visar att grundskoleelever ägnar den största tiden av matematiklektionerna åt tyst räkning i läromedlet. Detta är ingen nyhet utan har framkommit i tidigare studier (Johansson, 2006; Bjerneby-Häll, 2006). Undersökningen omfattar ca 180 grundskolelärare och visar återigen att läromedlet styr svensk matematikundervisning. Närmre 60 % av tiden ägnas åt tyst räkning i böckerna medan läraren går igenom under ca 17 % av tiden och endast 18 % går till laborativ matematik. Matematikundervisningen i grundskolan skall utgöra 900 timmar men det finns inga direktiv om hur dessa timmar skall fördelas. Om man slår ut det generellt så blir det 2 – 2,5 tim / vecka, och då blir det i genomsnitt 23 minuters laborativ matematik i veckan. Dessa siffror visar att diskussioner och matematiska samtal i grundskolans klassrum är sällsynta.

En doktorsavhandling vid Umeå universitet, av Gunnar Sjöberg, från maj 2006 visar att det finns ett bortfall på ca 20 % av lektionstimmarna i matematik – tid som försvinner iväg till en massa andra aktiviteter. Av den återstående tiden arbetar en enskild elev sällan mer än 50 % av tiden. Detta innebär att det av den ursprungliga tiden till laborativ matematik återstår ca 10 minuter i veckan.

Det är under denna tid som eleverna aktivt skall samtala, samarbeta och diskutera matematiska problemställningar och nya utmaningar. De skall ha möjlighet att uppleva och känna på tillämpningar av matematik samt lägga grunden till den matematiska förståelsen.

Enkätundersökningen i södra Sverige visar att närmare 90 % av lärarna i grundskolan där anser att de i sina klasser har elever med fallenhet för matematik. Vad gör de då för att stimulera dessa elever? Antingen får de fortsätta framåt i boken eller så får de räkna fler svårare uppgifter inom samma område. Det första alternativet kan ses som en *acceleration* och det andra som en form av *berikning*. Dessa två alternativ utgör tillsammans ca 80 % av svaren. Berikning innebär egentligen att man tar sidosprång, och låter dessa elever syssla med sådana uppgifter eller områden som normalt inte ingår i deras kursplaner. Sådana sidosprång är oftast en svår utmaning för lärarna och det kan vara svårt att hitta bra uppslag i svensk litteratur. Vi vill ge exempel på berikning som man kan utföra som en röd tråd genom hela grundskolan. Detta är övningar som alla i klassen kan vara med på och som kan stimulera till diskussioner och efterföljande fördjupning, framförallt för elever där läromedlet inte räcker till.

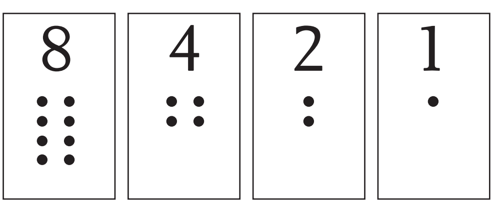
Temat bygger på en kombination av matematik och datorkunskap. Datorer och program använder i mycket hög grad matematik och matematiska samband. Vi vill göra dessa övningar utan att använda datorer, istället illustrerar vi med hjälp av eleverna och laborativt material. De ursprungliga idéerna kommer från projektet *Computer Science Unplugged* www.unplugged.canterbury.ac.nz eller www.bth.se/unplugged och dess primus motor professor Tim Bell, Nya Zeeland. Det finns många olika övningar inom detta projekt och vi kommer här att beskriva tre olika övningar. (Videoillustrationer finns på webbsidan och på video.google.com).

Binära tal

Material

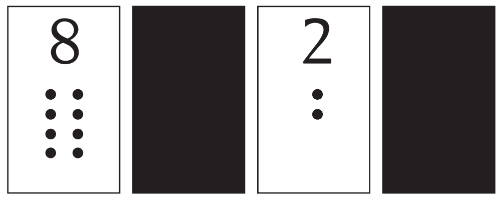
Fyra olika A4-papper, där ena sidan är svart och den andra vit (går bra att limma ihop eller fästa med dubbelhäftande tejp).

Skriv siffrorna 1, 2, 4 och 8 på de vita sidorna. Komplettera gärna med hjälp av prickar.



Utförande

Plocka fram fyra elever och ställ dem på en rät linje. Ge dem var sitt papper och förklara att de är värda precis den siffra som står på deras papper när de håller fram den vita sidan. De är värda noll när de håller fram den svarta sidan. De skall nu samarbeta (en mycket viktig del i det hela) för att tillsammans visa övriga i klassen talen 0 till och med 15 med hjälp av sina papper. Börja med att säga talet 0 och då ska eleverna visa fram den svarta sidan av pappret. När de gjort detta och på så vis visat talet 0 skall klasskamraterna svara *JA*. Fortsätt med talet 1 osv till talet 15. När talet 10 skall visas skall de fyra personerna visa fram sina skyltar på följande sätt:



Här står då med hjälp av binära tal: 1010 vilket motsvarar 10 genom att basen 2 används:

$$1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

Om man vill kan man göra en utmaning mellan två lag i klassen och ta tiden. Har man yngre barn kan man utesluta 8:an och göra övningen med tre deltagare och har man äldre elever kan man lägga till nästa tal som är 16.

Frågor som kan ställas efter avslutad övning:

- Varför har vi just dessa tal och är det något speciellt med dem?
- Vad skulle nästa tal vara om en elev till skulle vara med?
- Hur långt kunde vi räkna då?

Syfte och mål med övningen

Det vi har arbetat med är binära tal, det vill säga nollor och ettor, som datorerna använder sig av. Varje gång den svarta sidan visas motsvarar den en nolla och när man visar sitt tal motsvarar det en etta. Övningen ger först och främst träning i att summera antal. Den är också en bra samarbetsövning. Frågorna som man ställer efteråt skall leda eleverna in i en ny bas. De skall se att man med hjälp av sin fem fingrar, döpta till 1, 2, 4, 8 och 16, kan räkna mycket längre än till fem. Det krävs bara att man tänker på ett nytt sätt.

Man kan gå vidare och visa hur datorn med hjälp av binära tal hanterar texter. På liknande sätt som Morsealfabetet representerar bokstäver, siffror och skiljetecken med hjälp av korta och långa signaler kan vi tilldela varje tecken vi önskar lagra i datorn ett eget binärt tal. Det ger oss en binär kod för våra tecken, dvs för lagring av text. Avslutningsvis kan man berätta att bilder och ljud också lagras med hjälp av binära tal.

Korrigerande koder

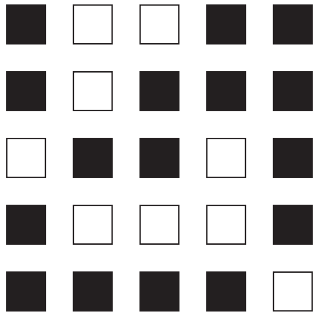
Material

Kvadrater av trä eller hårdare papp, storlek ca 2,5 × 2,5 × 0,3 cm. Det skall vara olika färg på kvadratens framsida och baksida. Det behövs minst 36 st men det är bra om det finns fler.

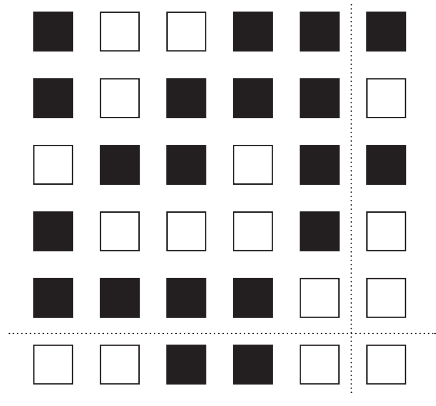
Utförande

Låt några av eleverna lägga upp 5 × 5 kvadrater som en stor kvadrat. De får lägga dem hur de vill, med vilken sida som helst upp, bara inte alla visar samma färg. Diskutera hur många kvadrater som nu ligger på bordet. Läraren kompletterar sedan kvadraten så att den blir 6 × 6 stor. Komplettera med en kvadrat i varje rad och varje kolumn på ett sådant sätt att du får jämnt antal kvadrater av en färg i varje rad och varje kolumn (det går också med ett udda antal genomgående). Sedan ber du någon av eleverna vända en av kvadraterna medan du tittar bort. Peka sedan ut vilken av kvadraterna som eleven vänt.

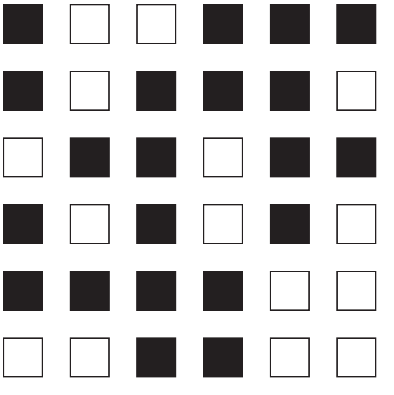
Så här kan barnen ha lagt ut sina kvadrater:



Då får du fylla på varje rad och kolumn på följande sätt:



När eleven vänder på en bricka ser du detta direkt eftersom det då är udda antal svarta/vita brickor i exakt en rad och exakt en kolumn. Trolleri, eller?



Frågor som kan ställas efter avslutad övning:

- Hur gick detta till? Kunde läraren memorera hela mönstret innan hon vände sig om eller finns det något annat sätt?
- Diskutera udda och jämna.
- Hur går det om vi vänder 2 kvadrater?

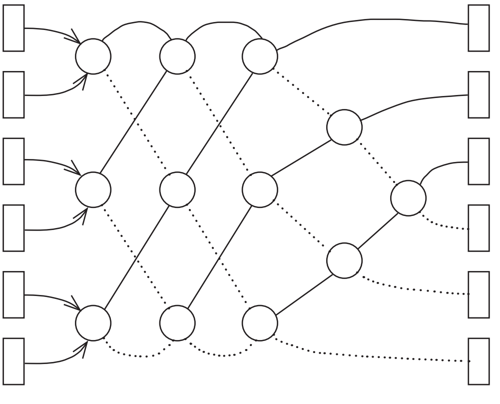
Syfte och mål med övningen

Denna övning utvecklar i de yngre åren begreppen udda respektive jämn. För de lite äldre eleverna kan man fördjupa sig i bilders uppbyggnad. Varje kvadrat kan t ex symbolisera en pixel i en svart-vit bild. Den extra raden och den extra kolumnen gör det möjligt att finna och rätta ett fel. Dvs skulle bilden råka ut för en skada (en repa på en DVD eller störning på en faxlinje) så kan vi rätta detta. Vi kan även finna ut om det skett två förändringar, men då är det inte säkert vi kan säga exakt vilka två kvadrater som vänts. I verkligheten innehåller en CD, en DVD och en hårddisk mycket extra information för att kunna upptäcka och rätta större fel, men principen är densamma. Tionde siffran i våra personnummer och sista tecknet i en boks ISBN har liknande funktioner.

Parallellprocessering

Material

Presenning ca 8×6 meter, finns att köpa i järnaffärer. Bra om den är grå eller vit. På presenningen ritar man upp en sorteringsmall enligt följande mönster:



Använd tjocka pennor, gärna i olika färger.

Utförande

Denna övning kan användaspå olika sätt beroende på åldersgrupp. Varje elev får en hård pappskiva/ett papper med en siffra på (för de minsta barnen kan man ha prickar). Här kan man börja med talen 1 t o m 6. Förklara hur de skall ta sig fram i sorteringsmallen. Deltagarna tar ett steg fram och hamnar i en cirkel och väntar där tills en kamrat kommer. Då jämför de sina tal och den som har det lägsta talet går åt höger (dvs följer prickad linje) och den andre åt vänster (svart linje). De kommer till en ny cirkel och proceduren upprepas. När de kommer fram till rektanglarna på andra sidan ska deras tal ha sorterats i storleksordning, oavsett hur de startade.

Man kan nu fortsätta med andra tal. Dessa kan vara tiotal, hundratal eller tusental. Stora tal brukar vara uppskattat även hos de yngre barnen. Högre upp i årskurserna, när man har klarat av de hela talen, kan man ge sig på decimaltal eller bråktal.

Övningen illustrerar sortering av information där flera saker sker samtidigt. Det är ett exempel på parallellprocessering som tidigare bara fanns i avancerade datorer. Nu kan man få flera processorer (”datorhjärnor”) även i en PC.

Bland de äldre eleverna kan man börja med att berätta om olika algoritmer för sortering där allt sker sekventiellt (bara en sak åt gången). Det finns både snabba och långsamma sorteringsmetoder. Det går utmärkt att illustrera några av dessa genom att sortera 5 – 8 elever längdmässigt på en rad. Därefter kan man berätta att stora datamängder kräver mycket snabba sorteringsmetoder och därför lämpligtvis gör flera saker parallellt (som i övningen).

Syfte och mål med övningen

Övningen ger dels rena färdigheter i matematik, att bestämma talens storlek, på ett lekfullt sätt. Det är en samarbetsövning som oftast ger bra diskussioner eleverna emellan och som kan följas upp av läraren efteråt. För de lite äldre eleverna så ger det en första insikt i hur datorn sorterar information. För de yngre räcker det kanske att peka på att den mesta informationen vi ser i datorn är sorterad på något sätt. Det gäller filer, adresser, låtar, mm.

Avslutning

Komplettera ovanstående övningar med att t ex prata om hur det går till när vi betalar våra räkningar via internet. Detta kan tjäna som ett motiverande exempel inledningsvis som man återkommer till mot slutet. Är det säkert att betala med kreditkort över internet? Hur skyddar man sig när kortnumret passerar datorer på internet? Ett kreditkort i en liten låda kan symbolisera ett elektroniskt paket som ska sändas över internet. Efter att ha skickat lådan genom klassrummet kan man diskutera om ett eller två kombinationslås på lådan skulle hjälpa. Koden till låsen är hemliga (binära!) koder tillhörande sändaren respektive mottagaren.

Vi har genomfört ovanstående övningar vid flera skolbesök och på ett science center. Beroende på hur mycket vi berättar och beroende på barnens nyfikenhet och förmåga så har vi funnit att 45 – 75 minuter är lagom. Vi rekommenderar att man om möjligt bara genomför någon övning åt gången och återkommer flera gånger för att så bra som möjligt anknyta till övrig undervisning.

LITTERATUR

Skolverket (2004). *TIMSS 2003. Svenska elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i skolår 8 i ett nationellt och internationellt perspektiv* (Rapport Nr.255). Stockholm.

Skolverket (2004). *PISA 2003 - Svenska femtonåringars kunskaper och attityder i ett internationellt perspektiv* (Rapport Nr.254). Stockholm.

Skolverket (2004). *Nationella utvärderingen av grundskolan 2003- Sammanfattande huvudrapport* (Rapport Nr.250). Stockholm.

Bjerneby Häll, M. (2006). *Allt har förändrats och allt är sig likt: En longitudinell studie av argument för grundskolans matematikundervisning*. Linköping: Linköpings Universtitet, Institutionen för beteendevetenskap.

Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks: a classroom and curricular perspective*. Luleå: Luleå Tekniska Universitet, Instutitionen för matematik.

Sjöberg G. (2006). O*m det inte är dyskalkyli – vad är det då? En multimetodstudie av eleven i matematikproblem ur ett longitudinellt perspektiv*. Umeå: Umeå Universitet.

Omslagsbilden: Talmängder

Symbolerna på omslaget används för olika talmängder. *N* är mängden av naturliga tal: 0, 1, 2, 3, 4, ... Den är oändlig och har inget största tal, vilket ofta förbryllar barn. Som vuxen kan jag briljera och hela tiden säga ett större genom att lägga till ett. *Z* är de hela talen, *N* utvidgad med de negativa heltalen –1, –2, –3, –4 ... Sedan kommer de rationella talen Q, med alla tal som kan skrivas som bråk t ex 1/3, 11/13, –5/6. Alla tal i *Z* ingår i Q, som liksom *N* och *Z* är oändlig och uppräknelig. Det betyder att vi kan finna en ordning och numrera denna med naturliga tal.

Mängden *R*, de reella talen, är inte längre uppräknelig. Med *R* fyller vi igen alla punkter på tallinjen. Tal som kommer till i *R* jämfört med Q är t ex π och $\sqrt{2}$, ja alla icke-periodiska decimalutvecklingar, de periodiska fanns redan i Q, t ex 41/333 = 0,123 123 ...

De komplexa talen C accepterades först på 1500-talen som en utvidgning av *R*. De kan skrivas som $a + bi$, där a och b är reella tal och $i^2 = -1$. Dessa tal kan ritas i ett komplext talplan med en reell och en imaginär axel, $a + bi$ ligger i punkten (a,b).

Alla nämnda talmängder innefattas i kvaternionerna *H*, som skapades av den irländske matematikern Hamilton på 1840-talet. De kan beskrivas i fyra dimensioner och används numera i t ex robot- och dataspelsindustrin, se t ex www.nyteknik.se/art/41989

Talmängderna har en spännande historia, se t ex sv.wikipedia.org. Spännande och mer omfattande beskrivningar av talsystemens historia och utveckling finner du i *Räknekonstens kulturhistoria* del 1 och 2 av George Ifrah, utgiven på W&W (ca 600 s per del) och som finns på många bibliotek.